CONCEPTOS BÁSICOS ASOCIADOS A LAS INSTALACIONES ELÉCTRICAS

Definición de Magnitudes. Conceptos y Unidades.

1.1. Sistema Métrico Legal Argentino

El Sistema Métrico Legal Argentino o también llamado SIMELA es el sistema de unidades de medida vigente en Argentina, de uso obligatorio y exclusivo en todos los actos públicos o privados.

Está constituido por las unidades, múltiplos y submúltiplos, prefijos y símbolos del Sistema Internacional de Unidades (SI) y las unidades ajenas al SI que se incorporan para satisfacer requerimientos de empleo en determinados campos de aplicación. Fue establecido por la ley 19511 de 1972.

Unidades de base

El SIMELA adopta las siete unidades de base del SI, que por convención se consideran dimensionalmente independientes:

Magnitud	Símbolo de la magnitud	Unidad	Símbolo de la unidad
Longitud	l	metro	m
Masa	m	kilogramo	kg
Tiempo	t	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	I	ampere	A
Temperatura	T, θ	kelvin	K
Intensidad luminosa	I_v	candela	cd
Cantidad de sustancia	n	mol	mol

Tabla Nº 1

Unidades derivadas: son las que resultan de productos, cocientes, o productos de potencias de las unidades SI de base, y tienen como único factor numérico el 1, formando un sistema coherente de unidades. Algunas unidades derivadas tienen nombres especiales y símbolos particulares.

Magnitud	Unidad	Símbolo de la unidad	Notas
Área	metro cuadrado	m^2	
Volumen	metro cúbico	m^3	
Frecuencia	hercio	Hz	1 Hz=1/s
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3	
Velocidad	metro por segundo	m/s	
Fuerza	newton	N	1 N=1 kg m/s^2
Presión, tensión mecánica	pascal	Pa	1 Pa=1 N/m^2
Trabajo, energía o cantidad de calor	joule	J	1 J=1 N m
Potencia	vatio	W	1 W=1 J/s
Carga eléctrica, cantidad de electricidad	coulomb	C	1 C=1 A s
Potencial eléctrico, tensión eléctrica, diferencia de potencial o fuerza Electromotriz	voltio	V	1 V=1 W/A
Intensidad de campo eléctrico	voltio por metro	V/m	
Resistencia eléctrica	ohm	Ω	1 Ω=1 V/A
Conductancia eléctrica	siemens	S	1 S=1 Ω^{-1}=1 A/V
Capacidad eléctrica	faradio	F	1 F=1 A s/V
Flujo de inducción magnética	weber	Wb	1 Wb=1 V s
Inductancia	henrio	H	1 H=1 V s/A
Inducción magnética	tesla	T	1 T=1 Wb/m^2
Intensidad de campo magnético	amperio por metro	A/m	
Fuerza magnetomotriz	amperio	A	
Flujo luminoso	lumen	lm	1 lm=1 cd sr
Luminancia	candela por metro cuadrado	cd/m^2	
Iluminancia	lux	lx	1 lx=1 lm/m^2

Tabla Nº2

Unidades del SIMELA que no se encuentran en el SI: estas unidades, que provienen de distintos sistemas, constituyen un conjunto heterogéneo que por ser no coherente hace necesario el uso de factores de conversión distintos de 1 para relacionarlas entre sí. No deben ser empleadas fuera del campo de aplicación para el cual han sido indicadas.

Campo de aplicación	Magnitud	Unidad	Símbolo de la unidad	Valor en unidades SI
Agrimensura	área	centiárea	ca	1 m^2
	área	área	a	10^2 m^2
	área	hectárea	ha	10^4 m^2
Electrotecnia	potencia aparente	voltampere	VA	1
	potencia reactiva	var	var	1
	carga eléctrica	ampere hora	Ah	$3{,}6 \times 10^3$ C

Tabla Nº 3

1.2. Definiciones de Magnitudes

Fuerza: magnitud física que se manifiesta de manera lineal y representa la intensidad de

intercambio entre dos partículas o cuerpos (sistema de partículas). A partir de la fuerza, se puede modificar el movimiento o la forma de los cuerpos. La fuerza, como magnitud tiene una dirección y sentido. En el sistema internacional de unidades se define con el Newton – N.

Trabajo: es desarrollado por una fuerza cuando ésta logra modificar el estado de movimiento que tiene un objeto. El trabajo mecánico equivale, por lo tanto, a la energía que se necesita para mover el objeto en cuestión. Se representa con la letra W, W = F x d. Su unidad en el SI es Julio – J.

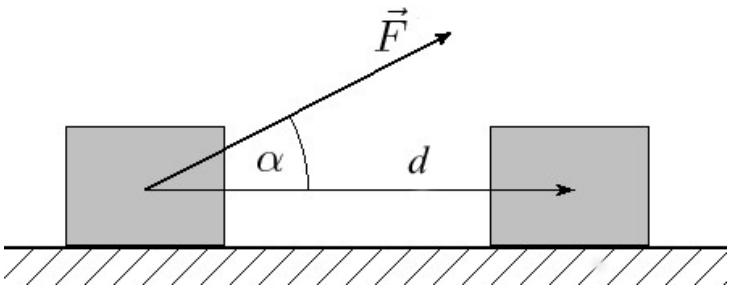


Figura Nº 1

Potencia: es la cantidad de trabajo que se realiza por unidad de tiempo. P = W/t. Su unidad es el Vatio – W.

Energía: se define como la capacidad de realizar un trabajo. Energía y trabajo son equivalentes y, por tanto, se expresan en las mismas unidades. Su unidad es J x seg = W.

1.3. Matemática

Es el estudio de las relaciones entre cantidades, magnitudes y propiedades, y de las operaciones lógicas utilizadas para deducir cantidades, magnitudes y propiedades desconocidas. En el pasado la matemática era considerada como la ciencia de la cantidad, referida a las magnitudes (como en la geometría), a los números (como en la aritmética), o a la generalización de ambos (como en el álgebra). Hacia mediados del siglo XIX la matemática se empezó a considerar como la ciencia de las relaciones, o como la ciencia que produce condiciones necesarias. Esta última noción abarca la lógica matemática o simbólica, ciencia que consiste en utilizar símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia lógica basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos.

En paralelo con los estudios sobre matemática pura se llevaron a cabo estudios de óptica, mecánica y astronomía. Muchos de los grandes matemáticos, como Euclides y Arquímedes, también escribieron sobre temas astronómicos. A principios del siglo II a.C., los astrónomos griegos adoptaron el sistema babilónico de almacenamiento de fracciones y, casi al mismo tiempo, compilaron tablas de las cuerdas de un círculo. Para un círculo de radio determinado, estas tablas daban la longitud de las cuerdas en función del ángulo central correspondiente, que crecía con un determinado incremento. Eran similares a las modernas tablas del seno y coseno, y marcaron el comienzo de la trigonometría. En la primera versión de estas tablas —las de Hiparco, hacia el 150 a.C.— los arcos crecían con un incremento de 7,5°, de 0° a 180°. En tiempos del astrónomo Tolomeo, en el siglo II d.C., la maestría griega en el manejo de los números había avanzado hasta tal punto que Tolomeo fue capaz de incluir en su Almagesto una tabla de las cuerdas de un círculo con incrementos de 1° que, aunque expresadas en forma sexagesimal, eran correctas hasta la quinta cifra decimal.

1.4. Aritmética

Significa literalmente, arte de contar. La palabra deriva del griego arithmetike, que combina dos palabras: arithmos, que significa 'número', y techne, que se refiere a un arte o habilidad (técnica).

Los números usados para contar son los naturales o enteros positivos. Se obtienen al añadir 1 al número anterior en una serie sin fin. Las distintas civilizaciones han desarrollado a lo largo de la historia diversos tipos de sistemas numéricos. Uno de los más comunes es el usado en las culturas modernas, donde los objetos se cuentan en grupos de 10. Se le denomina sistema en base 10 o decimal.

En el sistema en base 10, cuenta con diez símbolos o dígitos que permiten contar desde el cero hasta el 9. A partir de éste último, es necesarios combinar dos dígitos hasta la unidad 99. Desde allí hace falta combinar 3 dígitos y así sucesivamente.

La aritmética se ocupa del modo en que los **números** se pueden combinar mediante operaciones llamadas ***suma*** o ***adición***, ***resta*** o ***sustracción***, ***multiplicación*** o ***producto*** y ***división*** o ***cociente***. Asimismo, se pueden considerar dos operaciones más: la ***potenciación*** y la ***radicación***. Aquí la palabra número se refiere también a los números negativos, irracionales, algebraicos y fracciones que se definirán más adelante.

1.5. Concepto de Números

Los números más sencillos son los ***números naturales***, 1, 2, 3 …; también se denominan ***enteros positivos***, ***racionales enteros positivos*** o números ***cardinales***. Los números naturales tienen la propiedad uniforme para la adición y la multiplicación, es decir, la suma y el producto de dos números naturales es siempre un número natural. Sin embargo, algunos casos de resta (por ejemplo 9 – 15), no dan resultado positivo. Eso hizo surgir los números ***negativos***. Por otra parte, dado que el cociente (resultado de dividir) de dos números naturales no siempre es un número natural, es conveniente introducir una nueva clase de números: los ***quebrados*** o ***fracciones positivas***, que representan el cociente de cualquier pareja de números naturales. Todo número natural ***n*** puede identificarse con la fracción ***n/1***. De la misma manera, puesto que la diferencia de dos fracciones positivas no siempre es una fracción positiva, conviene añadir las fracciones negativas (incluyendo los enteros negativos) y el número cero (0). Los enteros y quebrados positivos y negativos junto con el número cero forman el ***sistema de los números racionales.***

La suma, la diferencia, el producto y el cociente de dos números racionales es siempre un número racional, aunque la división por cero no está permitida.

Cualquier número racional se puede representar como un decimal periódico, es decir, como un número en notación decimal que a partir de cierta posición decimal está formado por la repetición infinita de un conjunto de dígitos llamado período; igualmente, todo decimal periódico se puede representar como un número racional. Por ejemplo, 617/50 = 12,34000… y 2317/990 = 2,34040… El primer número se suele escribir como 12,34, prescindiendo del periodo, que sólo contiene la cifra 0. El segundo número se escribe normalmente como

$$2{,}34\overset{\frown}{0} \text{ o } 2{,}3\overline{40}$$

para indicar que el periodo, con los dos dígitos 4 y 0, se repite indefinidamente. El primer tipo de número, en el que el periodo está formado por el dígito 0, se denomina decimal finito o no periódico, y el segundo se denomina decimal periódico.

1.6. Los Números Racionales

Durante el desarrollo de la geometría se sugirió la necesidad de un nuevo tipo de números reales. La longitud de la diagonal de un cuadrado de lados la unidad de longitud no se puede expresar utilizando números racionales. De la misma manera, la proporción entre la circunferencia y el diámetro de un círculo no es un número racional. Estos y otros casos muestran la necesidad de introducir los números irracionales. Ninguna de las expresiones

$\sqrt{2}$

decimales mencionadas en el párrafo anterior puede representar a un número irracional. Por ejemplo, $= 1{,}4142135623$ … y π=3,1415926535… son números irracionales, y sus

expresiones decimales son necesariamente infinitas y no periódicas.

El conjunto de los números racionales junto con el de los irracionales forman el conjunto de los ***números reales***. Existe otra clase de números que se denominan ***números imaginarios***, que surgieron de la necesidad de extraer raíces de índice par de números negativos, a lo que se hará mención más adelante. Finalmente, del conjunto de los números reales con los números imaginarios, surgen los ***números complejos***.

1.7. Los Números Enteros Positivos y Negativos

a) **Números Enteros Positivos**: Se llaman así a todos los números que representen una cantidad. Los números naturales son los enteros positivos, con la única diferencia que a la hora de representar un entero positivo puede anteponérsele el signo +. El número 8 es un entero positivo y se puede representar como 8 o como +8 El número 24 que también es un entero positivo, se puede representar como 24 o como +24 Los números 11, +32, +7, 35 son todos enteros positivos (no es necesario anteponer +).

b) **Números Enteros Negativos**: Los enteros negativos representan una cantidad en contra o algo que se tiene y necesariamente debe anteponérseles el signo -. El número -8 es un entero negativo. El número -24 es un entero negativo. Los números -11, -32, -7, -35 son todos enteros negativos y por ello llevaran necesariamente el signo -.

La idea de los números negativos se comprende más fácilmente si primero se toman los números más familiares de la aritmética, los enteros positivos, y se colocan en una línea recta en orden creciente hacia el sentido positivo. Los números negativos se representan de la misma manera empezando desde 0 y creciendo en sentido contrario. La recta numérica que se muestra a continuación representa los números positivos y negativos:

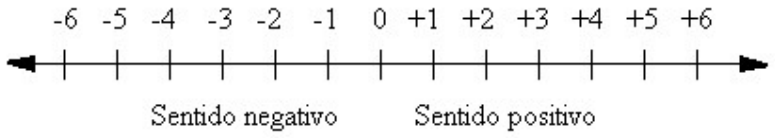


Figura Nº 2

c) **Valor Absoluto**: El valor absoluto será la distancia que haya entre determinado número al origen de la recta numérica. En la práctica el valor absoluto es simplemente el valor indicado por el número, sin importar el signo positivo o negativo. En notación simbólica, el valor absoluto de un número cualquiera a se representa |a|. Para indicar el valor absoluto de

–33 se escribe:

$$|-33| = 33$$

y para indicar el valor absoluto de +15 se escribe:

$$|+15| = 15$$

1.8. Suma o Adición

La suma o adición es una operación que tiene por objeto reunir o agrupar varias cantidades en una sola. Para esto, las diferentes cantidades se van añadiendo la una a la otra. Esta representada por el signo + (más). Se indica con el signo más (+) y es una manera de contar utilizando incrementos mayores que 1. Por ejemplo, cuatro manzanas y cinco manzanas se pueden sumar poniéndolas juntas y contándolas a continuación de una en una hasta llegar a 9. La adición, sin embargo, hace posible calcular sumas más fácilmente. En aritmética, es posible sumar largas listas de números con más de una cifra si se aplican ciertas reglas que simplifican bastante la operación. Los términos de la suma se llaman sumandos.

La suma tiene elemento neutro. El cero es el elemento neutro de la suma porque siempre se cumple que a + 0 = a.

La suma tiene elemento simétrico. El elemento simétrico de un número es otro que sumado al anterior da el elemento neutro. El elemento simétrico de a es -a, porque a + (-a) = 0

Propiedades de la Suma o Adición

Propiedad conmutativa: **a + b = b + a**. Esto significa que si se cambia el orden de los sumandos, el resultado no se altera.

Propiedad asociativa: Si se deben sumar varios números se puede hacerlo por partes. Si se tiene que sumar **a**, **b**, **c** y **d**, se puede sumar primero **a + b**, después **c + d** y después sumar los dos resultados anteriores, o se puede sumar **a + c**, después **b + d** y después sumar los dos resultados anteriores o se puede sumar **a + b** y al resultado sumarle **c** y al resultado sumarle **d**.

1.9. Resta o Sustracción

La resta o sustracción es una operación que tiene por objeto quitarle una parte determinada a una cantidad. Se indica con el signo menos (-) y es la operación opuesta, o inversa, de la adición. De nuevo, se podría restar 23 de 66 contando al revés 23 veces empezando por 66 o eliminando 23 objetos de una colección de 66, hasta encontrar el resto, 43. Sin embargo, las reglas de la aritmética para la sustracción nos ofrecen un método más sencillo para encontrar la solución. Los términos de la resta se llaman minuendo y sustraendo.

Propiedades de la Resta o Substracción

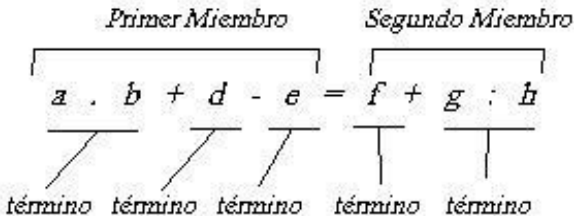
La resta no tiene la propiedad conmutativa (no es lo mismo a - b que b - a) y asimismo, no es posible hablar de propiedad asociativa, ya que sólo tiene dos términos y asociarlos significaría encontrar el resultado.

Números Negativos

El cálculo de la sustracción aritmética no es difícil siempre que el sustraendo sea menor que el minuendo. Sin embargo, si el sustraendo es mayor que el minuendo, la única manera de encontrar un resultado para la resta, como ya se vio, es la introducción del concepto de números negativos.

Conceptos de término y de miembro: los números que forman una suma o una resta (sumandos, minuendo o sustraendo) reciben, en general, el nombre de ***términos***. Cada uno de ellos está identificado por su valor absoluto y por su signo. Cada término está separado de otro por los signos de suma o de resta. Se debe destacar que los signos de multiplicación y de división **no separan términos**.

Por otra parte, todos los términos que están a cada lado del signo de igualdad constituyen un ***miembro***. El de la izquierda se llama primer miembro y el de la derecha se llama segundo miembro.



1.10. Adición y Sustracción de Números Enteros

Se tienen dos posibilidades, las cuales son:

a) **Números de igual signo**: Cuando se tienen dos o más números de igual signo, se suman las cantidades y al resultado se le antepone el mismo signo. Ejemplos:

$$35 + 46 + 11 = + 92$$

$$-12 - 28 – 21 = -(12 + 28 + 21)= -61$$

b) **Números de signos diferentes**: Si tenemos números de diferentes signos, se resta el número mayor menos el número menor y el resultado llevará el signo del número mayor. Ejemplos:

$$35 – 46 = - (46-35) = - 11$$

$$-12 + 28 = + (28 – 12) = + 16$$

Símbolos de agrupación: cuando se desea indicar que algunas operaciones deben realizarse previo a obtener el resultado final, se las encierra entre paréntesis, corchetes y/o llaves. Por ejemplo:

$$\mathbf{\{a + b + [c – (d + e) + f] + g \} =}$$

Se verá un ejemplo numérico:

$$10 + \{8 + 5 + [4 – (2 + 6) + 7] – 3\} =$$

Una forma de resolver esta expresión es resolviendo en primer lugar la suma contenida dentro de los paréntesis, luego la contenida dentro de los corchete y finalmente la contenida dentro de las llaves, efectuando las operaciones que resten:

$$10 + \{8 + 5 + [4 –8 + 7] – 3\} =$$

$$10 + \{8 + 5 + 3 – 3\} =$$

$$10 + 13 = 23$$

Otra forma es aplicando la siguiente regla de supresión de símbolos de agrupación: “se pueden suprimir los paréntesis, los corchetes y las llaves, quitando esos símbolos de agrupación y manteniendo los signos de los términos interiores si los símbolos de agrupación están precedidos por el signo **+** y cambiando todos los signos de los términos interiores si los símbolos de agrupación están precedidos por el signo –“. Los símbolos de agrupación deben ser suprimidos de a un par por vez, comenzando desde los más interiores hacia el exterior, o sea suprimiendo primero los paréntesis, luego los corchetes y finalmente las llaves.

En el ejemplo anterior resulta:

$$10 + \{ 8 + 5 + [4 - (2 + 6) + 7] - 3 \} =$$

$$10 + \{ 8 + 5 + [4 - 2 - 6 + 7] - 3 \} =$$

$$10 + \{ 8 + 5 + 4 - 2 - 6 + 7 - 3 \} =$$

$$10 + 8 + 5 + 4 - 2 - 6 + 7 - 3 = 23$$

que es el mismo resultado obtenido anteriormente

Suma algebraica: Se denomina suma algebraica a una sucesión se sumas o restas en cualquier orden y cantidad de términos:

$$\mathbf{a + b + c - d + e - f - g =}$$

Resolver una suma algebraica significa encontrar el valor después de realizar las operaciones indicadas. En efecto, el resultado se puede obtener sumando a la cantidad ***a*** la cifra ***b***, al resultado se le suma ***c***, al nuevo resultado se le resta ***d*** obteniéndose un nuevo valor al que se le suma ***e***, luego se resta ***f*** y finalmente se resta ***g***.

Propiedad conmutativa de la suma algebraica: establece que se puede cambiar el orden de los términos sin que se altere el resultado, con tal que al conmutar la posición de los términos se lo haga respetando los correspondientes signos. De acuerdo con esto, es posible escribir la expresión anterior de la siguiente manera:

$$\mathbf{a + b + c + e - d - f - g =}$$

Teniendo en cuenta la regla anterior de supresión de paréntesis, pero aplicándola en sentido inverso, se puede poner:

$$\mathbf{(a + b + c + e) - (d + f + g) =}$$

O sea que una suma algebraica se puede resolver haciendo la resta entre la suma de los términos positivos y la suma de los términos negativos:

$$10 + 8 + 5 + 4 - 2 - 6 + 7 - 3 =$$

$$(10 + 8 + 5 + 4 + 7) - (2 + 6 + 3) =$$

$$34 - 11 = 23$$

1.11. Transposición de Términos

En toda igualdad, se puede transponer ("pasar") un término de un miembro a otro sin que

altere la igualdad, cambiándole el signo. Si un término figura con signo positivo en uno de los miembros, puede pasar al otro con signo negativo y viceversa. Se debe tener en cuenta que el valor de cada miembro cambia, pero subsiste la igualdad.

$$a + b - c = d$$

$$a + b = d + c$$

$$a = d + c - b$$

Ejemplo numérico:

$$3 + 9 - 2 = 10$$

Si se resuelve el primer miembro, se observa que se verifica la igualdad:

$$10 = 10$$

Si se transponen términos, resulta:

$$3 + 9 = 10 + 2$$

$$3 = 10 + 2 - 9$$

$$3 = 3$$

y como se ve, la igualdad se mantiene, aunque ahora el valor de cada uno de los miembros es 3 en lugar de 10.

Otro ejemplo:

$$26 - 15 = 6 - 18 + 23$$

$$11 = 11$$

Transponiendo términos:

$$26 - 15 + 18 = 6 + 23$$

$$29 = 29$$

1.12. Multiplicación o Producto

La operación aritmética de la multiplicación se indica con el signo por (×). Algunas veces se utiliza un punto para indicar la multiplicación de dos o más números, y otras se utilizan paréntesis. Por ejemplo, **3 × 4**; **3 . 4** y **(3) (4)** representan todos el producto de **3** por **4**. La multiplicación es simplemente una suma repetida. La expresión 3 × 4 significa que 3 se ha de sumar consigo mismo 4 veces, o también que 4 se ha de sumar consigo mismo 3 veces, o sea: 3 + 3 + 3 + 3 o bien 4 + 4 + 4. En ambos casos, la respuesta es la misma. Pero cuando se multiplican números con varias cifras estas sumas repetidas pueden ser bastante tediosas; sin embargo, la aritmética tiene procedimientos para simplificar estas operaciones.

Los términos de la multiplicación se llaman multiplicando (el numero que se suma) y multiplicador (el número de veces que se suma).
La multiplicación tiene elemento neutro. El uno es el elemento neutro de la multiplicación porque siempre se cumple que **a . 1 = a.**

Propiedades de la multiplicación

Propiedad conmutativa: **a . b = b . a**. Esta propiedad indica que si se intercambian los factores, el resultado no se altera.

Propiedad asociativa: Si se tiene que multiplicar varios números se puede hacerlo agrupando en cualquier orden. Si se tiene que multiplicar **a**, **b**, **c** y **d**, se puede multiplicar primero **a . b**, después **c . d** y después multiplicar los dos resultados anteriores, o se puede multiplicar **a . c**, después **b . d** y después multiplicar los dos resultados anteriores o se puede multiplicar **a . b** y multiplicar el resultado por **c** y después multiplicarlo por **d**.

Multiplicación de Números Enteros

Cuando se tienen que multiplicar dos o más números enteros, lo primero que se debe hacer es proceder a multiplicar los números sin importar el signo que estos tengan. Una vez que se ha hallado el resultado, se coloca el signo que corresponda de acuerdo a la siguiente Ley de Signos:

(+) x (+) = (+)	El resultado de multiplicar dos números positivos es un número positivo

(+) x (-) = (-)	El resultado de multiplicar un número positivo por otro negativo es un número negativo
(-) x (+) = (-)	El resultado de multiplicar un número negativo por otro positivo es un número negativo
(-) x (-) = (+)	El resultado de multiplicar dos números negativos es un número positivo

Por ejemplo, si se quiere multiplicar -20 x 5

-20 x 5	Tener en cuenta que cuando un número no lleva signo, es positivo.
(-20) x (+ 5)	En esta operación 20 es un número negativo y 5 es un número positivo.
20 x 5 = 100	Se calcula el producto 20 x 5 = 100
-20 x 5 = -100	Como se tiene un número negativo y otro positivo, el resultado será un número negativo

Se debe emplear el mismo procedimiento para cualquier caso de multiplicación de números enteros o con signo que se presente.

1.13. División o Cociente

La división es la operación inversa a la multiplicación. Un número llamado dividendo, divido por otro llamado divisor es otro número llamado cociente tal que multiplicado por el divisor resulte igual al dividendo. En símbolos:

$$a \div b = c \quad si \quad c \cdot b = a$$

$$18 \div 3 = 6 \quad \text{porque} \quad 6 \times 3 = 18$$

Es evidente que la división no goza de la propiedad conmutativa (no se puede cambiar dividendo por divisor) y no tiene sentido hablar de propiedad asociativa.

Se dice que la división es exacta cuando el dividendo contiene al divisor un número exacto de veces.

Múltiplos y Divisores

a) ***Múltiplos***: Decimos que un número es múltiplo de otro cuando se puede dividir entre este. Por ejemplo, 8 es múltiplo de 2, porque si dividimos 8÷2 nos da resultado exacto.

A continuación presentamos algunos ejemplos: 20 es múltiplo de 5, porque 20÷5 nos da resultado exacto 28 es múltiplo de 7, porque 28÷7 nos da resultado exacto 81 es múltiplo de 3, porque 81÷3 nos da resultado exacto.

b) ***Divisores:*** El divisor, también llamado submúltiplo, es lo inverso al múltiplo. Por ejemplo, 4 es divisor de 24, ya que 24 se puede dividir entre 4.

Algunos ejemplos de divisores: 5 es divisor de 20, porque 20 se puede dividir entre 5 .7 es divisor de 28, porque 28 se puede dividir entre 7 .3 es divisor de 81, porque 81 se puede dividir entre 3.

División de Números Enteros

Cuando se tiene que dividir números enteros, lo primero que se debe hacer es proceder a dividir los números sin importar el signo que estos tengan. Una vez hallado el resultado, se coloca el signo que corresponda de acuerdo a la siguiente Ley de Signos (que es prácticamente la misma que la que vista para la multiplicación):

(+) ÷ (+) = (+)	El resultado de dividir dos números positivos es un número positivo
(+) ÷ (-) = (-)	El resultado de dividir un número positivo entre otro negativo es un número negativo
(-) ÷ (+) = (-)	El resultado de dividir un número negativo entre otro positivo es un número negativo
(-) ÷ (-) = (+)	El resultado de dividir dos números negativos es un número positivo

Por ejemplo, si se quiere dividir (-80) ÷ (-5)

(-80) ÷ (-5)	En esta operación tanto -80 como -5 son números negativos.

80 ÷ 5 = 16	Se calcula el cociente 80 ÷ 5 = 16
-80) ÷ (-5) = +16	Como se tienen dos números negativos dividiéndose, el resultado será un número positivo
(-80) ÷ (-5) = 16	Recordando siempre que cuando un número es positivo no es necesario ponerle signo

El mismo procedimiento se empleará para cualquier caso de división de números enteros o con signo que se presente.

Comparación de Números Enteros

Para comparar números enteros se debe tener en cuenta que:

a) Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo. Por ejemplo: 4 es mayor que -1, ya que 4 es un entero positivo y -1 es un entero negativo. +3 es mayor que –18, ya que +3 es un entero positivo y -18 es un entero negativo. Estas desigualdades se expresan simbólicamente de la siguiente manera:

4 > - 1 que se lee cuatro es mayor que menos uno

+3 > - 18 que se lee más tres es mayor que menos dieciocho

b) Entre números positivos será mayor el que represente mayor cantidad. Por ejemplo: +5 es mayor que +3, ya que 5 representa mayor cantidad que 3. 16 es mayor que 8, ya que 16 representa mayor cantidad que 8. +13 es mayor que +12, ya que 13 representa mayor cantidad que 12.

+5 > +3 que se lee cinco es mayor que tres

16 > 8 que se lee dieciséis es mayor que ocho

+13 > +12 que se lee trece es mayor que doce

c) Entre números negativos será mayor el que represente menor cantidad.(o sea el que tenga menor valor absoluto) Por ejemplo: -2 es mayor que -5, ya que 2 representa menor cantidad que 5. -11 es mayor que -13, ya que 11 representa menor cantidad que 13

-2 > -5 que se lee menos dos es mayor que menos cinco

-11 > -13 que se lee menos once es mayor que menos trece

Teoría de los Divisores

Antes de pasar a las fracciones, se deben mencionar algunos detalles sobre otras clases de números. Un número ***par*** es aquél que es divisible por 2. Un número ***impar*** es aquél que no es divisible por 2. Un número ***primo*** es cualquier entero positivo mayor que 1 y que sólo es divisible por sí mismo y por 1. Algunos ejemplos de números primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19… El único número primo par es el 2. Los enteros que no son primos se denominan ***compuestos***, y todos se pueden expresar como producto de números primos.

1.14. Fracciones

Los números que representan partes de un todo se denominan números racionales, fracciones o quebrados. En general, las fracciones se pueden expresar como el cociente de dos números enteros a y b:

$$\frac{a \text{ (numerador)}}{b \text{ (denominador)}}$$

Una fracción está en su forma reducida o canónica si el numerador y el denominador no tienen un factor común. Por ejemplo:

$$\frac{6}{8}$$

no está en su forma reducida pues ambos, 6 y 8, son divisibles por 2:

$$\frac{6}{8} = \frac{2 \times 3}{2 \times 4}$$

sin embargo, $\frac{3}{4}$ es una fracción en su forma canónica.

Existen dos tipos de fracciones, propias e impropias. Una fracción propia es aquella en la que el numerador es menor que el denominador; $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{17}{356}$ son fracciones propias. Una fracción impropia es aquella en que el numerador es mayor que el denominador; $\frac{7}{5}; \frac{9}{4}; \frac{67}{23}$ son fracciones impropias. Las fracciones impropias se pueden convertir en números mixtos o en enteros (por ejemplo, $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}; \frac{24}{6} = 4$ si se divide el numerador por el denominador y el resto se expresa como una fracción del denominador.

Números Decimales

El concepto de valores posicionales se puede extender para incluir a las fracciones. En vez de escribir $\frac{2}{10}$ o dos décimos, se puede utilizar una coma decimal (,) de manera que 0,2 representa también a la misma fracción. Del mismo modo que las cifras a la izquierda de la coma representan las unidades, decenas, centenas…, aquéllas a la derecha de la coma representan los lugares de las décimas ($\frac{1}{10}$), centésimas ($\frac{1}{100}$), milésimas ($\frac{1}{1000}$) y así sucesivamente. Estos valores posicionales siguen siendo potencias de 10, que se escriben como 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}… En general, un número como 5.428,632 se denomina quebrado o fracción decimal, (que se lee como: "cinco mil cuatrocientos veintiocho enteros con seiscientos treinta y dos milésimas). La parte decimal es 0,632 y representa

$$\underset{\text{décimas}}{6(10^{-1})} + \underset{\text{centésimas}}{3(10^{-2})} + \underset{\text{milésimas}}{2(10^{-3})}$$

1.15. Transposición de Factores y Divisiones

En toda igualdad, se puede transponer ("pasar") un factor de un miembro a otro sin que altere la igualdad, como divisor y viceversa, todo divisor se puede transponer al otro miembro como factor. En ningún caso cambia el signo del número transpuesto. En este caso también se debe tener en cuenta que el valor de cada miembro cambia, pero subsiste la igualdad.

$$\frac{a}{b} = d$$
$$a = d \times b$$

Ejemplo numérico:

$$\frac{12}{4} = 3$$

Si se resuelve el primer miembro, se observa que se verifica la igualdad:

$$3 = 3$$

Si se transpone el divisor 4, resulta:

$$12 = 3.4$$

$$12 = 12$$

y como se ve, la igualdad se mantiene, aunque ahora el valor de cada uno de los miembros es 12 en lugar de 3. Otro ejemplo:

$$34 = 17 \times 2$$
$$34 = 34$$

Transponiendo el factor 2 del segundo miembro como divisor al primero:

$$\frac{34}{2} = 17$$

$$17 = 17$$

1.16. Ecuaciones

Se llama ecuación a toda igualdad que se cumple solamente para determinado valores de una de sus letras, llamada incógnita. Cuando el mayor exponente de esa incógnita es 1, se dice que la ecuación es de primer grado. Ejemplo:

$$2 . x + 5 = 9$$

es una ecuación ya que si a x se le asigna cualquier valor distinto de 2, no se cumple la igualdad.

Este tipo de ecuaciones se resuelve mediante transposiciones de términos. En efecto, si dejamos al término $2 \cdot x$ solo en el primer miembro, se obtiene:

$$2 \cdot x = 9 - 5$$

Transponiendo el factor 2 del primer miembro como divisor de todo el segundo miembro, resulta:

$$x = \frac{9-5}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}$$
$$x = 2$$

El valor encontrado para la incógnita, en este caso el 2, se llama raíz de la ecuación

Otros ejemplos:

$$3x-2=4$$
$$3x=4+2$$
$$x=\frac{4+2}{3}$$
$$x=2$$

1.17. Operaciones con Fracciones

Suma y resta de fracciones: Se pueden presentar dos casos: a) que las fracciones tengan el mismo denominador y b) que las fracciones tengan distintos denominadores.

$$15-2x=7$$
$$-2x=7-15$$
$$x=\frac{7-15}{-2}=\frac{-8}{-2}$$
$$x=4$$

$$9=12+3x$$
$$9-12=3x$$
$$\frac{9-12}{3}=x$$
$$\frac{-3}{3}=x$$
$$-1=x$$

a) Suma y resta de fracciones de igual denominador: la suma o la resta de fracciones de igual denominador da como resultado una fracción con el mismo denominador cuyo numerador es la suma o la resta de los numeradores respectivamente. Ejemplos:

Suma:

$$\frac{a}{d}+\frac{b}{d}+\frac{c}{d}=\frac{a+b+c}{d}$$

$$\frac{7}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=\frac{7+3+2}{5}=\frac{12}{5}$$

Resta:

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

$$\frac{7}{5}-\frac{3}{5}=\frac{7-3}{5}=\frac{4}{5}$$

b) Suma y resta de fracciones de distinto denominador: Para sumar o restar fracciones de distinto denominador se debe transformar las fracciones a fracciones de igual

denominador. La manera más sencilla de hacer esto es multiplicando numerador y denominador de cada fracción por los denominadores de las restantes fracciones. Una vez transformadas todas las fracciones a común denominador, se las suma o resta como en el caso a). Ejemplos:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{e}{f}=\frac{a\times d\times f}{b\times d\times f}+\frac{c\times b\times f}{d\times b\times f}+\frac{e\times b\times d}{f\times b\times d}$$

$$\frac{3}{7}+\frac{1}{3}+\frac{5}{2}=\frac{3\times 3\times 2}{7\times 3\times 2}+\frac{1\times 7\times 2}{3\times 7\times 2}+\frac{5\times 7\times 3}{2\times 7\times 3}=$$

$$\frac{18}{42}+\frac{14}{42}+\frac{105}{42}=\frac{18+14+105}{42}=\frac{137}{42}$$

Una forma resumida de operar es la siguiente: se hace el producto de todos los denominadores y se coloca como nuevo denominador. A continuación se divide este nuevo denominador por el denominador de la primera fracción y al resultado se lo multiplica por el numerador de dicha fracción colocándose el resultado como primer sumando del nuevo numerador. Se continúa con las siguientes fracciones y se resuelve como en el caso anterior. Ejemplos:

$$\frac{3}{7}+\frac{1}{3}+\frac{5}{2}=\frac{42:7\times 3+42:3\times 1+42:2\times 5}{42}=\frac{18+14+105}{42}=\frac{137}{42}$$

En el caso de las restas, el procedimiento es similar. Ejemplos:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d}{b\times d}-\frac{c\times b}{d\times b}$$

$$\frac{7}{5}-\frac{2}{3}=\frac{7\times 3}{5\times 3}-\frac{2\times 5}{3\times 5}=\frac{21}{15}-\frac{10}{15}=\frac{21-10}{15}=\frac{11}{15}$$

o bien:

$$\frac{7}{5}-\frac{2}{3}=\frac{15:5\times 7-15:3\times 2}{15}=\frac{21-10}{15}=\frac{11}{15}$$

Producto o multiplicación de fracciones: El producto o multiplicación de fracciones da como resultado otra fracción cuyo numerador y cuyo denominador es el producto de los numeradores y denominadores de los factores respectivamente. Ejemplos:

$$\frac{a}{B}\times\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}=\frac{a\times c\times e}{b\times d\times f}$$

$$\frac{3}{2}\times\frac{11}{7}\times\frac{5}{3}=\frac{3\times 11\times 5}{2\times 7\times 3}=\frac{165}{42}$$

Cociente de fracciones: Para efectuar el cociente o división de dos fracciones, se transforma la operación en un producto de la fracción dividendo por la fracción divisor invertida:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}=\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{10}{12}$$

Fracciones equivalentes: Se denominan fracciones equivalentes a aquellas que representan el mismo número, por ejemplo:

$$\frac{3}{5}\ \begin{array}{c}\rightarrow\\ \rightarrow\end{array}\ \begin{array}{c}\times 5\\ \times 5\end{array}\ \begin{array}{c}\rightarrow\\ \rightarrow\end{array}\ \frac{15}{25}\Rightarrow\frac{3}{5}=\frac{15}{25}$$

Una fracción es equivalente a otra cuando el numerador y el denominador de la segunda son múltiplos (o submúltiplos) del numerador y del denominador respectivamente de la primera

1.18. Propiedades Distributivas del Producto y del Cociente con Respecto a la Suma y a la Resta

Propiedad distributiva del producto con respecto a la suma: El producto de una suma por un número es igual a la suma de los productos de cada uno de los términos de la suma por dicho número. En símbolos:

(a + b + c) . d = a . d + b . d + c . d

Ejemplo numérico:

(4 + 3 + 5) . 2 = 4 . 2 + 3 . 2 + 5 . 2

Resolviendo cada uno de los miembros de la igualdad anterior, resulta:

12 . 2 = 8 + 6 + 10

24 = 24

Propiedad distributiva del producto con respecto a la resta: El producto de una resta por un número es igual a la resta del producto del minuendo por dicho número menos el producto del sustraendo por dicho número. En símbolos:

$$\mathbf{(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c}$$

Ejemplo numérico:

$$(7 - 3) \cdot 2 = 7 \cdot 2 - 3 \cdot 2$$

Resolviendo cada uno de los miembros de la igualdad anterior, resulta:

$$4 \cdot 2 = 14 - 6$$

$$8 = 8$$

De las dos propiedades anteriores, se puede obtener la siguiente propiedad general:

Propiedad distributiva del producto con respecto a la suma algebraica: El producto de una suma algebraica por un número es igual a la suma algebraica de los productos de cada uno de los términos de la suma por dicho número, teniendo en cuenta en cada producto, la regla de los signos para la multiplicación. En símbolos:

$$\mathbf{(a + b - c) \cdot d = a \cdot d + b \cdot d - c \cdot d}$$

Ejemplo numérico:

$$(4 + 3 - 5) \cdot 2 = 4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 - 5 \cdot 2$$

Resolviendo cada uno de los miembros de la igualdad anterior, resulta:

$$2 \cdot 2 = 8 + 6 - 10$$

$$4 = 4$$

1.19. Potenciación

En numerosas ocasiones se tiene que multiplicar un número por si mismo una cantidad dada de veces, por ejemplo: 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5

Una forma de representar esta operación es 5^7 (esto quiere decir que hay que multiplicar 5 por si mismo 7 veces).

El número inferior se llama base y el superior exponente. Cuando el exponente es 2, se dice que la potencia es al cuadrado y si el exponente es 3, la potencia es al cubo.

Propiedades de la Potenciación:

Producto de potencias de igual base: El producto de potencias de igual base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes dados:

$$a^m.a^n = a^{m+n}$$

$$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$$

$$4 \times 8 = 2^5$$

$$32 = 32$$

Cociente de potencias de igual base: El cociente de potencias de igual base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes dados.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3}$$

$$\frac{32}{8} = 2^2$$

$$4 = 4$$

Potencia de exponente uno: La potencia uno de cualquier número es igual al mismo número:

$$a^1 = a$$

Potencia de exponente cero: La potencia cero de cualquier número es igual a 1:

$$a^0 = 1$$

Este concepto de deriva a partir de la propiedad anterior.

$$\frac{a^m}{a^m} = 1$$

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$

En efecto, al dividir dos cantidades iguales entre si se obtiene el cociente 1. Por otro lado al aplicar la propiedad anterior, se obtiene una potencia de exponente cero. Si los primeros miembros de una igualdad son iguales, los segundos también deben serlo.

Potencia de una potencia: La potencia de una potencia es igual a otra potencia de igual base cuyo exponente es el producto de los exponentes dados:

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

$$(2^3)^2 = 2^{3 \times 2}$$

$$8^2 = 2^6$$

$$64 = 64$$

Propiedad distributiva de la potenciación con respecto al producto: La potencia enésima de un producto de varios factores es igual al producto de las potencias enésimas de cada uno de los factores:

$$(a.b.c)^n = a^n \,.\, b^n \,.c^n$$

$$(2 \times 3 \times 4)^2 = 2^2 \times 3^2 \times 4^2$$

$$24^2 = 4 \times 9 \times 16$$

$$576 = 576$$

Propiedad distributiva de la potenciación con respecto al cociente: La potencia enésima de un cociente es igual al cociente de las potencias enésimas del dividendo y del divisor:

$$(a/b)^n = a^n/b^n$$

$$(6/3)^2 = 6^2 / 3^2$$

$$2^2 = 36/9$$

$$4 = 4$$

Potencias de exponente negativo: Toda potencia de exponente negativo es igual a una fracción cuyo numerador es la unidad y cuyo denominador es la misma potencia con exponente positivo:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Esto se puede demostrar partiendo del concepto de potencia de exponente cero. Como ya se vio, $a^0 = 1$, por lo que se puede escribir:

$$\frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} = a^{-n}$$

Potenciación de Números Enteros

Ya se ha definido previamente lo que es la potenciación, por lo cual en esta sección solo se considerará el signo llevará la respuesta de una potencia.

Si el exponente es un número positivo (recordando que cuando no tiene signo es número

positivo también), se puede afirmar que de acuerdo al signo de la base y si el exponente es número par o impar, se tendrá:

$(+)^{impar} = (+)$	Cualquier número positivo elevado a exponente impar tiene resultado positivo
$(+)^{par} = (+)$	Cualquier número positivo elevado a exponente par tiene resultado positivo
$(-)^{impar} = (-)$	Cualquier número negativo elevado a exponente impar tiene resultado negativo
$(-)^{par} = (+)$	Cualquier número negativo elevado a exponente par tiene resultado positivo

Por ejemplo:

$$16^3 = 16 \times 16 \times 16 = 4096$$

$$(-14)^2 = (-14) \times (-14) = 196$$

$$(-17)^3 = (-17) \times (-17) \times (-17) = -4913$$

Ahora, pasara diferente si el exponente es negativo. Cuando se encuentre un exponente negativo se hace lo siguiente:

5^{-3}	En este caso se tiene exponente negativo: -3
$\frac{1}{5^3}$	Se escribe una fracción con numerador 1 y denominador la misma base elevada ahora a exponente positivo
$\frac{1}{125}$	Se resuelve la potencia del denominador y el resultado será un número fraccionario

Notación Científica: Cuando se calcula las sucesivas potencias positivas del número 10, se obtiene un resultado particular: siempre es la unidad seguida de tantos ceros como lo indique el exponente de la potencia:

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$10^4 = 10.000$

$10^5 = 100.000$

$10^6 = 1.000.000$

$10^7 = 10.000.000$

……

Por otra parte, las potencias de exponente negativo de 10 resultan un número decimal cuya parte entera es nula y cuya parte decimal tiene un 1 precedido de tantos ceros como el valor absoluto del exponente menos una unidad. En efecto, tal como ya se vio:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$
$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$$
$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = 0{,}00001$$
$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000} = 0{,}000001$$

El aprovechamiento de la particularidad anterior permite simplificar la notación de números grandes, que implican la utilización de gran cantidad de dígitos. Por ejemplo, el número ***3.450.000.000.000*** (que se lee tres billones 450 mil millones) puede ser escrito de la siguiente manera:

345 x 10.000.000 o bien **345 x 10^7**

Asimismo, teniendo en cuenta que

$$345 = 3{,}45 \times 100 = 3{,}45 \times 10^2$$

la expresión anterior puede ser escrita así:

$$3{,}45 \times 10^2 \times 10.000.000 = 3{,}45 \times 10^2 \times 10^7 = 3{,}45 \times 10^9$$

O sea que, en definitiva, se tiene:

$$3.450.000.000.000 = 3{,}45 \times 10^9$$

El resultado es un número decimal cuya parte entera siempre tiene un solo dígito, sus decimales son los que le correspondan teniendo en cuenta que se puede recurrir a las reglas habituales de redondeo. De este modo, un número con gran cantidad de dígitos, puede ser

escrito en forma sencilla sin perder exactitud. A esta forma de escribir un número se la denomina "**notación científica**". Otros ejemplos son los siguientes:

1.234.567.046.098.103.045 = 1,2346 x 10^{18} (redondeado a las diez milésimas)

-981761587,689752 = -9,82 x 10^{8} (redondeado a los centésimos)

De lo visto se puede deducir la siguiente regla: para expresar un numero cualquiera cuyo valor absoluto sea mayor que uno en notación científica, se escribe un número decimal de un solo digito entero, que es el primero de número dado, seguido de tantos decimales como se desee y multiplicado por una potencia de diez cuyo exponente es igual al número de dígitos enteros dados menos 1. El signo es el mismo que el del número dado.

Si el número dado es menor que 1, por ejemplo **0,0000789** es fácil admitir que puede ser escrito de la siguiente manera:

$$0{,}0000789 = \frac{789}{10000000} = \frac{789}{10^{7}} = 789 \times 10^{-7}$$

Asimismo:

$$789 = 7{,}89 \times 10^{2}$$

de donde:

$$789 \times 10^{-7} = 7{,}89 \times 10^{2} \times 10^{-7} = 7{,}89 \times 10^{2-7} = 7{,}89 \times 10^{-5}$$

o sea que:

$$0{,}0000789 = 7{,}89 \times 10^{-5}$$

En este caso también es posible enunciar una regla: para escribir un número de valor absoluto menor que 1 en notación científica se escribe un número decimal cuya parte entera es el primer dígito significativo (distinto de cero) del número dado, seguido de tantos decimales como se desee y multiplicado por una potencia ***negativa*** de diez cuyo exponente es igual al número de ceros decimales del número dado más 1. El signo es el mismo que el del número dado.

Otros ejemplos son los siguientes:

$$0{,}345 = 3{,}45 \times 10^{-1}$$

$$-0{,}09653893452 = -9{,}65 \times 10^{-2}$$ (redondeado a los centésimos)

1.20. Radicación

Es una operación inversas de la potenciación y se representa por $\sqrt[n]{\ }$, donde n es el índice o

grado del radical, $\sqrt{\ }$ es el signo radical y dentro de este último irá un número denominado cantidad subradical o radicando.

El resultado de una raíz es un número, precisamente llamado raíz que elevado a un exponente igual al índice del radical da como resultado el radicando:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad si \quad b^n = a$$

$$\sqrt{25} = 5 \quad porque \quad 5^2 = 25$$

Cuando el índice es 2 se dice que se trata de una raíz cuadrada y cuando el índice es 3, se trata de una raíz cúbica.

Regla de los Signos de la Radicación

Como ya se vio, en la radicación se busca un número que elevado a un exponente igual al índice del radical dé como resultado el radicando, que podrá ser un número positivo o negativo.

Al resolver se puede encontrar cualquiera de los siguientes casos:

impar√(+) = (+)	Raíz impar de un número positivo dará otro número positivo
par√(+) = (+) y (-)	Raíz par de un número positivo dará un número positivo y otro negativo.
par√(-) = no se puede	Raíz par de un número negativo no se puede determinar
impar√(-) = (-)	Raíz impar de un número negativo dará otro número negativo

Veamos el caso de $\sqrt[2]{25}$:

$\sqrt{25}$	El índice 2 se omite, es decir, cuando no se escribe ningún índice, éste es 2.
$\sqrt{25}$	Se busca un número que elevado a potencia 2 de 25.
$\sqrt{25}$	Se cumple: $5^2 = 25$, entonces la respuesta será 5 (respuesta positiva)

$\sqrt{25}$ Se cumple: $-5^2 = 25$, entonces la respuesta será -5 (respuesta negativa)

$\sqrt{25} = +5 \quad y$
$\sqrt{25} = -5$ Se tiene dos respuestas en este caso, una positiva y otra negativa, que generalmente se escribe ±5

En cambio la raíz cúbica de 25, solamente puede ser +5 mientras que la raíz cúbica de –25 solo puede ser –5

Propiedades distributivas de la radicación con respecto al producto y con respecto al cociente: La radicación es distributiva con respecto al producto y al cociente pero no es distributiva con respecto a la suma ni con respecto a la resta.

$$n\sqrt{a \times b \times c} = n\sqrt{a} \times n\sqrt{b}\ n\sqrt{c}$$

$$\sqrt{16 \times 4 \times 9} = \sqrt{16} \times \sqrt{4} \times \sqrt{9}$$
$$\sqrt{576} = 4 \times 2 \times 3$$
$$24 = 24$$

1.21. Porcentaje

Un porcentaje es una parte del total, representada por una fracción cuyo numerador es el valor del porcentaje y cuyo denominador es 100. Así, por ejemplo, un 27 por ciento (que se simboliza 27%) es la fracción:

$\frac{27}{100}$ o bien 0,27 expresada en números decimales

De tal modo, que cuando se desea calcular un porcentaje de un número, se debe multiplicar la fracción ***porcentaje/100*** por dicho número. Ejemplo: sea calcular el 54% de 275. Se debe hacer:

$$275 \times \frac{54}{100} \text{ o sea: } \quad 148{,}5$$

1.22. Geometría

La Geometría es una parte de la Matemática cuyo objeto es el estudio de ciertos conjuntos de puntos llamados figuras geométricas; éstas pueden ser planas, si todos sus puntos se encuentran en un mismo plano; o espaciales, si sus puntos no se encuentran todos en un mismo plano.

Tres son las figuras elementales de la Geometría: el -***punto***, la ***recta*** y el **plano**. Se las llama elementales porque con ellas, combinándolas convenientemente, se obtienen todas las figuras que interesan en esta ciencia.

Punto: El punto es tan familiar que cualquier explicación que pretenda darse de él no mejorara el conocimiento que ya se tiene debido a la intuición y la experiencia.

Será suficiente entonces, decir que el punto se representa mediante una pequeña señal que pueda dejar la punta de un lápiz bien afilado; y tanto mejor será esa representación cuanto más afilada está la punta del lápiz. El punto carece de área, ya que es, simplemente, una posición en el espacio.

Se designa un punto con una letra mayúscula de imprenta; así se dice punto A, punto B, punto C.

Es fácil admitir que se pueden imaginar tantos puntos distintos como se quiera, o dicho de otro modo: en el espacio existen infinitos puntos.

Recta: La línea recta es un conjunto de puntos; se la representa sobre una superficie plana aplicando una lapicera de pluma muy fina, o un lápiz muy afilado, sobre el borde de una regla, y haciéndola deslizar en forma continua de modo de obtener un trazo, el cual da una imagen de la línea recta tanto más correcta, cuanto más fina es la punta que marca y más lisa la superficie sobre la cual se desplaza.

El conjunto de puntos pertenecientes a una recta es infinito, o sea que se puede imaginar que la recta contiene tantos puntos como se desee.

Por un punto del plano se pueden trazar tantas rectas como se quiera; es decir: por un punto del plano pasan infinitas rectas, que lo contienen,

Pero, dados dos puntos, por ambos pasa una sola recta que los contiene.

En el espacio existen infinitas rectas.

Es muy importante observar que aplicada la regla para dibujar una recta, se puede iniciar el trazo en cualquier punto de la regla para terminarlo en cualquier otro punto de la misma; esto significa que una vez dibujada una parte de la recta, se podría comenzar el trazo un poco más a la izquierda y terminarlo un poco más a la derecha, sin por ello pensar que se trata de una recta distinta de la anterior. Esto equivale a afirmar que la recta no tiene puntos extremos, es decir, teóricamente, es una figura indefinida, ilimitada y sólo la imposibilidad práctica del dibujo nos impide representarla en toda su integridad.

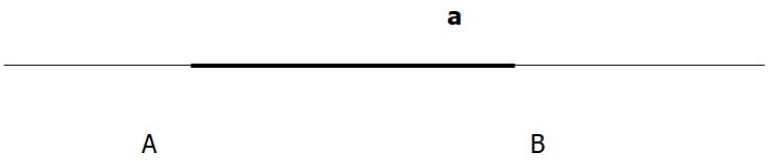


Figura Nº 3

En la figura se ha dibujado una parte de la recta AB en trazo grueso y este dibujo es suficiente para representarla, pero si luego, con trazo más delgado, se dibuja otra porción de la recta a continuación de la anterior, el conjunto representa la misma recta; lo mismo sucede si a continuación se agregan otros trazos. Es decir, se pueden prolongar los trazos indefinidamente y siempre se trata de la misma recta.

Las rectas se identifican con una letra minúscula.

Semirrecta - Rayo: es un subconjunto de puntos de una recta. Es una recta o un segmento de recta que tiene un origen, una dirección y un sentido.

Segmento: es una porción de una recta.

Plano: El plano es la tercera figura elemental de la Geometría. Es una superficie que contiene infinitos puntos e infinitas rectas; una de sus propiedades características es que: la recta determinada por dos puntos del plano, pertenece al plano.

Un plano se representa dibujando un paralelogramo, el cual da de él una idea limitada, pero se entiende que debe considerarse ilimitado en todas las posibles direcciones, ya que en cada una de ellas existen rectas que contienen dos puntos comunes con el plano al cual pertenecen íntegramente.

Se sabe que las rectas son ilimitadas, por tanto, el plano que las contiene íntegramente también es ilimitado.

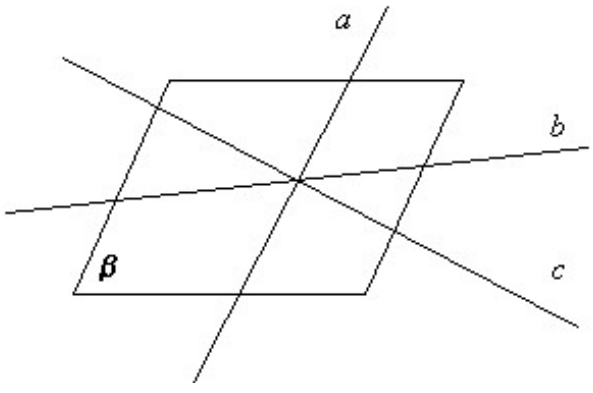


Figura Nº 4

Los planos se designan con letras griegas minúsculas: α; β; γ; π; etc.

1.23. Triángulos

Triángulo: como su nombre lo indica, se trata de figuras planas cerradas con tres lados, y en consecuencia, con tres ángulos interiores y tres vértices:

A; B y C: Vértices
a; b y c: lados

⋯⋯ y ⋯ ángulos interiores

Clasificación: Los triángulos se clasifican:

a) Según sus lados en:

i) **Escaleno**, si sus tres lados tienen distinta magnitud.

ii) **Isósceles**, si tiene dos lados congruentes. Al tercer lado se le denomina ***base***.

iii) **Equilátero**, si sus tres lados son congruentes.

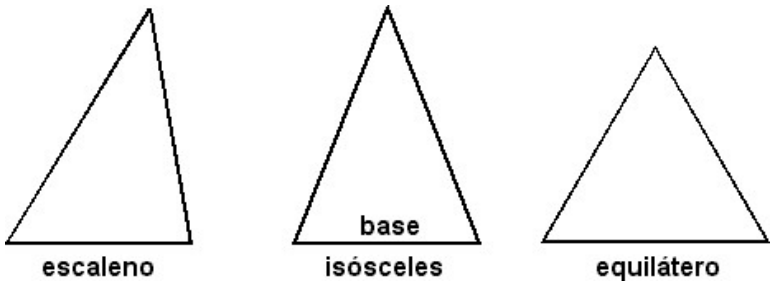


Figura Nº 5

b) Según sus ángulos en:

i) **Acutángulo**, si sus tres ángulos interiores son agudos.

ii) **Rectángulo**, si un ángulo interior es recto. Al lado opuesto a ese ángulo recto se le llama ***hipotenusa*** y a los otros dos lados ***catetos***.

iii) **Obtusángulo**, si un ángulo interior es obtuso.

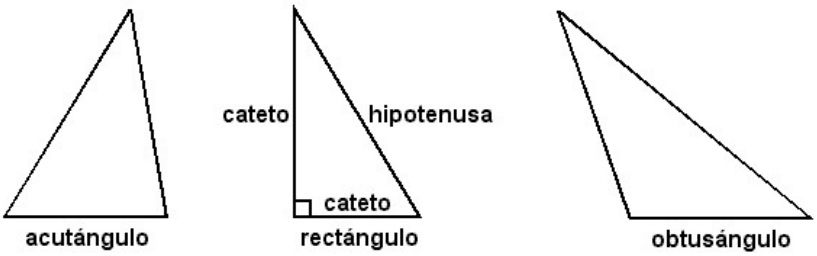


Figura Nº 6

1.24. Teorema de Pitágoras

Una de las propiedades de los triángulos rectángulos es la enunciada en el llamado "Teorema de Pitágoras" que dice: "en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos":

$$h^2 = a^2 + b^2$$
$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$también:$$
$$a^2 = h^2 - b^2$$
$$a = \sqrt{h^2 - b^2}$$
$$y:$$
$$b^2 = h^2 - a$$
$$b = \sqrt{h^2 - a^2}$$

De lo visto se deducen las siguientes reglas:

a) En todo triángulo rectángulo, la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos

b) En todo triángulo rectángulo, un cateto es igual a la raíz cuadrada de la diferencia entre el cuadrado de la hipotenusa y el cuadrado del otro cateto.

1.25. Polígonos y Figuras Planas Redondas

Son figuras geométricas cerradas, formadas por segmentos de recta. Si todos los lados y todos los ángulos del polígono son iguales el polígono se llama polígono regular.

Los polígonos más importantes son, el triángulo, ya estudiado, y los cuadriláteros.

Cuadriláteros: Son polígonos que tienen cuatro lados. Entre los principales de ellos se distinguen:

Paralelogramos: Son cuadriláteros que tienen sus lados paralelos dos a dos. Son paralelogramos el rectángulo, el cuadrado y el rombo.

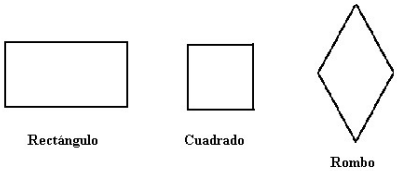


Figura Nº 7

Trapecio: es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.

Trapecio

Figura Nº 8

Circunferencia y círculo: Otra de las figuras planas de interés, que no es un polígono, es la ***circunferencia***, que es una línea cerrada que tiene la propiedad de que todos los puntos de esa línea están a la misma distancia de un punto fijo (centro).

El segmento de recta que va desde el centro hasta la circunferencia se llama radio. El segmento de recta que va desde un punto de la circunferencia a otro pasando por el centro se llama diámetro.

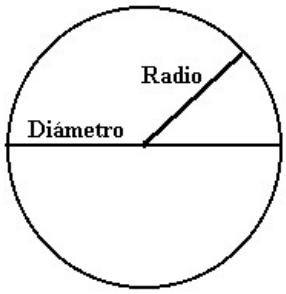


Figura Nº 9

Las circunferencias tienen una propiedad muy notable: Si se mide la longitud de una circunferencia y se la divide por su diámetro siempre da el mismo número. A ese número se le ha dado el nombre de π (pi).

La longitud de la circunferencia es $2\pi r$.

La superficie interior limitada por la circunferencia se llama ***círculo***. El área del círculo es πr^2.

Áreas de figuras planas: Las áreas de las figuras planas más usuales son las siguientes:

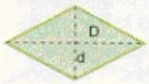
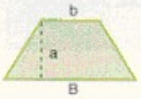
Figura	Nombre	Área
	Cuadrado	$A = l \cdot l = l^2$
	Rectángulo	$A = b \cdot a$
	Triángulo	$A = \frac{b \cdot a}{2}$
	Rombo	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
	Romboide	$A = b \cdot a$
	Trapecio	$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$

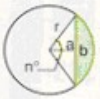
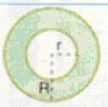
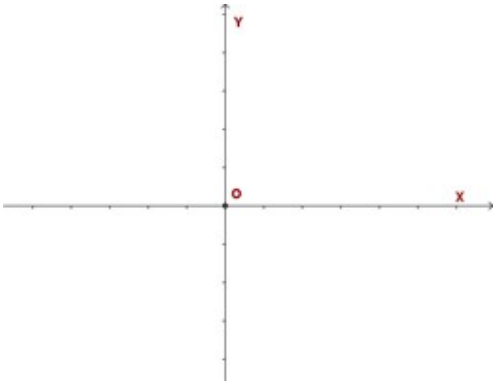
Figura	Nombre	Área
	Polígono regular	$A = \frac{\text{Perímetro} \cdot ap}{2}$
	Círculo	$A = \pi \cdot r^2$
	Sector circular	$A = \frac{\pi \cdot r^2}{360°} \cdot n°$
	Segmento circular	$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} - \frac{b \cdot a}{2}$
	Corona circular	$A = \pi (R^2 - r^2)$

Tabla Nº 4

1.26. Ejes Coordenados Cartesianos

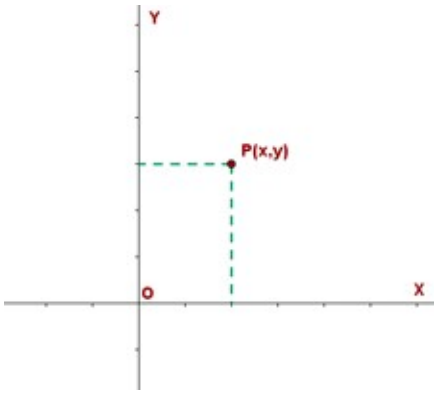
Unos **ejes de coordenadas** lo forman dos ejes perpendiculares entre sí, que se cortan en el origen.



El eje horizontal se llama **eje X** o **eje de abscisas**. El eje

vertical se llama **eje Y** o **eje de ordenadas**.

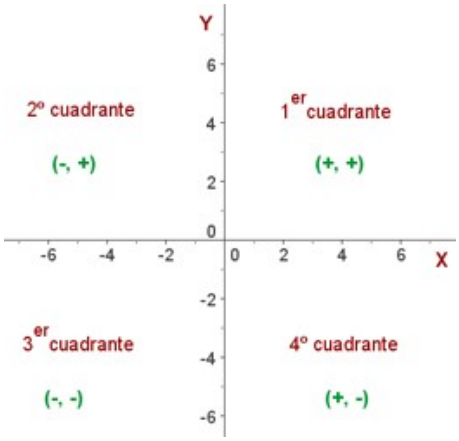
El **punto O**, donde se cortan los dos ejes, es el **origen de coordenadas**. Las coordenadas de un punto cualquiera P se representan por (x, y)**.**



La **primera coordenada** se mide sobre el eje de abscisas, y se la denomina **coordenada** x **del punto** o **abscisa del punto**.

La **segunda coordenada** se mide sobre el eje de ordenadas, y se le llama **coordenada *y* del punto** u **ordenada del punto**.

Los ejes de coordenadas dividen al plano en cuatro partes iguales y a cada una de ellas se les llama cuadrante.



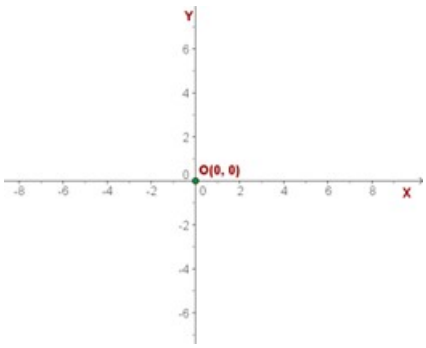
Signos

	Abscisa	**Ordenada**
1er cuadrante	**+**	**+**

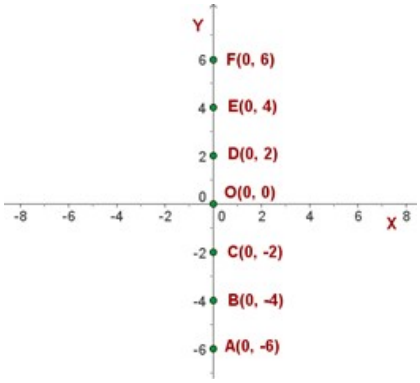
2º cuadrante — +

3er cuadrante — —

4º cuadrante + —

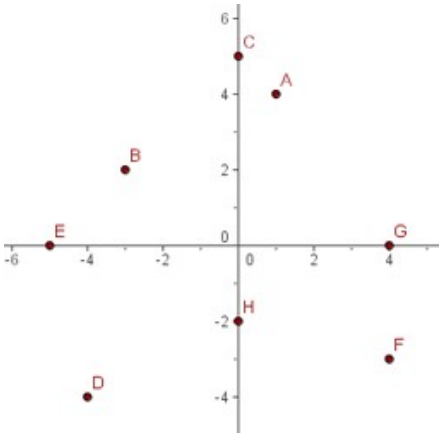


El **origen de coordenadas,** O, tiene de coordenadas: **O (0, 0)**.



Los puntos situados en una misma línea vertical (paralela al eje de ordenadas) tienen la **misma abscisa**.

A(1, 4), B(-3, 2), C(0, 5), D(-4, -4), E(-5, 0), F(4, -3), G(4, 0), H(0, -2)



1.27. Representación de una onda

Onda senoidal (senoide o sinusoide): A partir de un punto que se desplaza sobre un círculo, es posible trazar una representación cartesiana, suponiendo que se hace girar un radio de dicho círculo en sentido contrario a las agujas del reloj, y trasladando las distancias entre el extremo del radio y el eje horizontal, según muestra el dibujo siguiente:

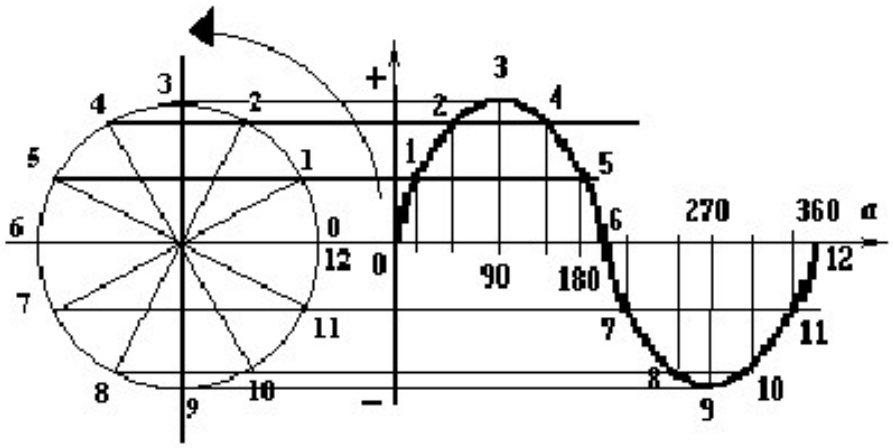


Figura Nº 10

La onda obtenida se llama sinusoide o senoide y, en electricidad, es usada para representar las ondas de tensiones o de corrientes alternadas

En la representación anterior se dibujó un solo ciclo de la onda, pero dado que existen ángulos de más de un giro (más de 360º), la forma general de la onda, es la que se muestra a continuación:

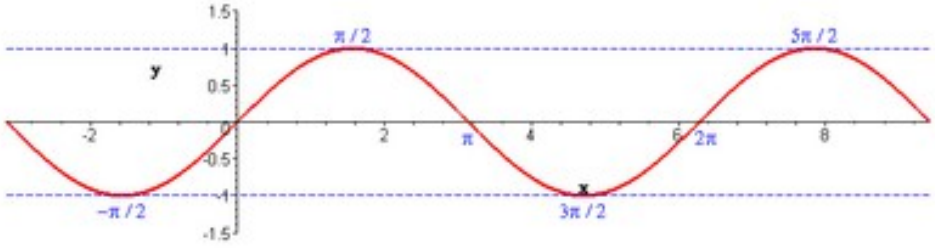


Figura Nº 11